



## CONTROLE DE ESTRUTURAS FLEXÍVEIS ATIVADAS POR ESCOAMENTO DE FLUIDOS

### **Celiane C. Machado**

Fundação Universidade Federal do Rio Grande, Departamento de Matemática  
Cx. P. 474 – 96201-900 - Rio Grande, RS, Brasil, e-mail:mmacm@super.furg.br

### **Sebastião C. P. Gomes**

Fundação Universidade Federal do Rio Grande, Departamento de Matemática  
Cx. P. 474 – 96201-900 - Rio Grande, RS, Brasil, e-mail:dmtscpg@super.furg.br

### **Álvaro L. de Bortoli**

Universidade Federal do Rio Grande do Sul, CPGMAp  
Cx. P. 15091 – 91509-900 – Porto Alegre, RS, Brasil, e-mail:dbortoli@mat.ufrgs.br

**Resumo.** *O presente trabalho contém um estudo sobre o controle ativo de uma estrutura flexível sujeita a uma perturbação externa, oriunda do escoamento de um fluido em contato com a estrutura. Problemas práticos desta natureza podem acontecer, por exemplo, em robótica sub-aquática. Como geralmente há dificuldades técnicas em instrumentalizar a planta física com muitos sensores, considerou-se que apenas uma variável de estado era observada, fato que impõe dificuldades extras ao projeto de controladores que idealmente deveriam ter o retorno do estado inteiro para o caso de estruturas flexíveis. Tentou-se resolver o problema inicialmente com a técnica LQG/LTR, mas não conseguiu-se resultados satisfatórios em termos de desempenho para a presente aplicação. Desenvolveu-se então controladores baseados na técnica de alocação de pólos, tanto para o regulador quanto para o filtro. Procurou-se impor barreiras de robustez à estabilidade e ao desempenho na resposta frequencial da função de transferência da malha direta. Simulações foram realizadas considerando-se tanto a perturbação do fluido quanto variações paramétricas da planta com relação ao modelo nominal. Os resultados mostraram que uma técnica simples projetada com características de robustez pode resolver satisfatoriamente o problema.*

**Palavras-chave:** *Modelagem, Manipulador, Flexível, Controle, Robustez.*

## 1. INTRODUÇÃO

O controle de estruturas flexíveis tem sido um assunto bastante pesquisado nos últimos vinte anos, devendo-se este interesse principalmente às aplicações espaciais (Kim *et al.*, 1997) e (Xie, 1997). A maioria das aplicações concentra-se no controle de robôs manipuladores com elos flexíveis (Cannon *et al.*, 1984), (Kojima, 1992) e (Schmit, 1986). Mais recentemente, trabalhos já indicam para a necessidade de se desenvolver controladores robustos para estruturas flexíveis (Soares, 1997) e (Vincent, 1996). Os trabalhos citados anteriormente utilizam controle ativo,

embora também existam estudos sobre a utilização de controle passivo (Furusho, 1998). Apesar de todas as pesquisas já realizadas, trata-se de um assunto que ainda não foi totalmente dominado, existindo ainda diversos desafios científicos que se tornam objetivos a serem vencidos pela comunidade que pesquisa este assunto. Este trabalho pretende abordar um destes desafios: controlar uma estrutura flexível sujeita a perturbações externas. Estas perturbações são consideradas aqui como provenientes do escoamento de um fluido interagindo com a estrutura. Situações práticas semelhantes a esta aqui tratada em teoria podem acontecer, por exemplo, em robótica sub-aquática (Watanabe *et al.*, 1998). Em aplicações práticas também há, geralmente, dificuldades técnicas em instrumentalizar a planta física com muitos sensores, além de evidentemente encarecer o projeto. Considerou-se então no presente trabalho, que apenas a posição angular do rotor ou cubo (atuador na Fig. 1) era observada, fato que impõe dificuldades extras ao projeto de controladores que idealmente deveriam ter o retorno do estado inteiro para o caso de estruturas flexíveis. Desenvolveu-se controladores baseados na técnica LQG/LTR (Cruz, 1996) e ainda, baseados em alocação de pólos com estimação de estado. Os controladores foram desenvolvidos considerando-se o modelo nominal da planta sem a presença do fluido, que entra nas simulações como uma perturbação externa. Além desta perturbação, realizou-se também simulações considerando-se variações em parâmetros tais como massa específica da estrutura e módulo de elasticidade, variações estas com relação ao modelo nominal que serviu de base para o projeto dos controladores. O objetivo final foi o de testar tanto a robustez ao desempenho quanto à estabilidade.

## 2. MODELAGEM DINÂMICA FLUIDO-ESTRUTURA

A estrutura considerada no presente artigo é constituída de uma lâmina flexível articulada em uma extremidade (atuador) e livre na outra. Esta estrutura ainda está sujeita ao contato com um fluido com uma determinada velocidade de escoamento.

### 2.1 Modelo Estrutural

Existem alguns formalismos para modelagem de estruturas flexíveis (Boyer *et al.*, 1998). Podem ser citados por exemplo, o formalismo modal analítico, o discreto e o que assume formas polinomiais para as deformações elásticas. Em (Chrétien *et al.*, 1991) existe um estudo comparativo entre diversos formalismos, sendo que a principal conclusão é a de que pelo menos para os primeiros dois modos flexíveis, não há praticamente diferenças significativas entre estes formalismos. Neste trabalho considerou-se o discreto, que recebe o nome no idioma inglês de *lumped mass approach*. A flexibilidade contínua é aproximada por uma discreta a partir de duas articulações fictícias, conforme indicado na Fig. 1. Neste caso, os primeiros dois modos flexíveis estarão presentes. Em (Gomes *et al.*, 1992) existem mais detalhes sobre este tipo de modelagem estrutural.

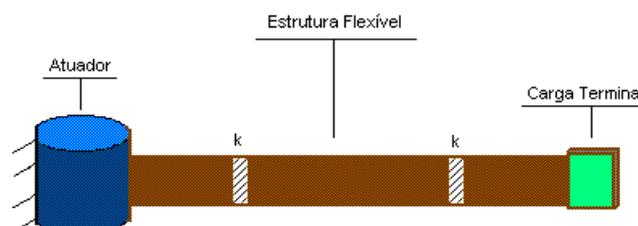


Figura 1. Estrutura flexível e sua aproximação discreta.

Sendo  $L$  o comprimento do braço, a primeira articulação fictícia encontra-se a  $L/4$  do atuador e a segunda a  $L/2$  da primeira, conforme a Fig. 1. A constante  $k$  é obtida a partir da expressão:  $k = nEI/L$ , onde  $n$  é o número de articulações fictícias, enquanto que  $EI$  é o módulo de elasticidade vezes o momento de inércia da seção reta. O lagrangeano do sistema é determinado e com ele obtém-se as equações da dinâmica a partir do formalismo de Euler-Lagrange. Considerando-se pequenas deformações angulares nas articulações fictícias, obtém-se então o modelo linearizado, o qual escrito na forma de estado é representado pela seguinte equação:

$$\dot{\vec{X}} = A\vec{X} + BT_m \quad (1)$$

O vetor de estado é composto pelas três posições angulares referentes ao rotor e ângulos na primeira e segunda articulação fictícia, bem como das respectivas velocidades angulares. Portanto, são seis variáveis de estado.  $T_m$  é o torque aplicado no rotor. A única observação considerada é a posição angular do rotor:

$$Y = C\vec{X}; \quad C = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (2)$$

## 2.2 Modelo do Fluido

Considerou-se um modelo bastante simplificado para o fluido uma vez que o objetivo não era o de se conseguir extrema precisão para a interação fluido estrutura e sim, o de averiguar se o sistema se manteria estável em presença de uma perturbação externa não prevista no projeto do controlador. Segundo o modelo considerado (Hughes *et al.*, 1974) e (Schlichting *et al.*, 1960), as forças exercidas pelo fluido na estrutura possuem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_y &= \frac{1}{2} \rho v^2 A_p C_l \\ F_x &= 0.05 F_y \approx 0 \end{aligned} \quad (3)$$

$C_l = 2\pi \sin(\alpha)$ , onde  $\alpha$  é o ângulo de ataque e  $C_l$  o coeficiente de sustentação.  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $v$  a velocidade de escoamento e  $A_p$  a área projetada (corda por comprimento). A força  $F_y$  causa torques nas articulações gerando um vetor de perturbações  $\vec{p}$ , ficando então a dinâmica descrita sob a forma:

$$\dot{\vec{X}} = A\vec{X} + BT_m + D\vec{p} \quad (4)$$

A Figura 2 mostra uma simulação em malha aberta. O torque motor, durante os primeiros  $0,06$  s foi de  $8$  Nm, nos próximos  $0,06$  s de  $-8$  Nm, sendo zero no restante do tempo. A velocidade do fluido e o ângulo de ataque foram  $20$  m/s e  $5^\circ$ , respectivamente, valores mantidos para todas as simulações realizadas no trabalho. Observa-se que, devido a presença do fluido, as velocidades não se estabilizam no zero e a estrutura toda se desloca uma vez que a mesma é articulada em uma extremidade e livre na outra.

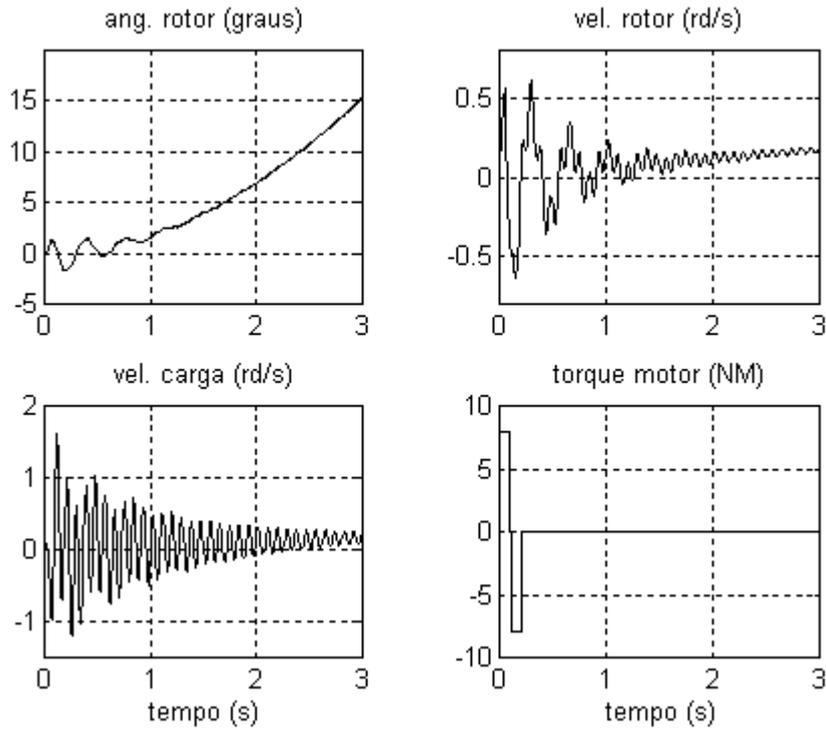


Figura 2. Simulação em malha aberta (velocidade do fluido = 20 m/s).

### 3. PROJETO DE CONTROLE

Inicialmente projetou-se um controlador LQG/LTR, adotando-se como critério de projeto uma largura de faixa do controlador aproximadamente duas vezes o primeiro modo de vibração do sistema, conforme mostrado na Fig. 3. Porém, os resultados quanto ao desempenho não foram bons: aplicou-se o controle após a ativação em malha aberta e a velocidade da carga só foi plenamente atenuada após 5 s .

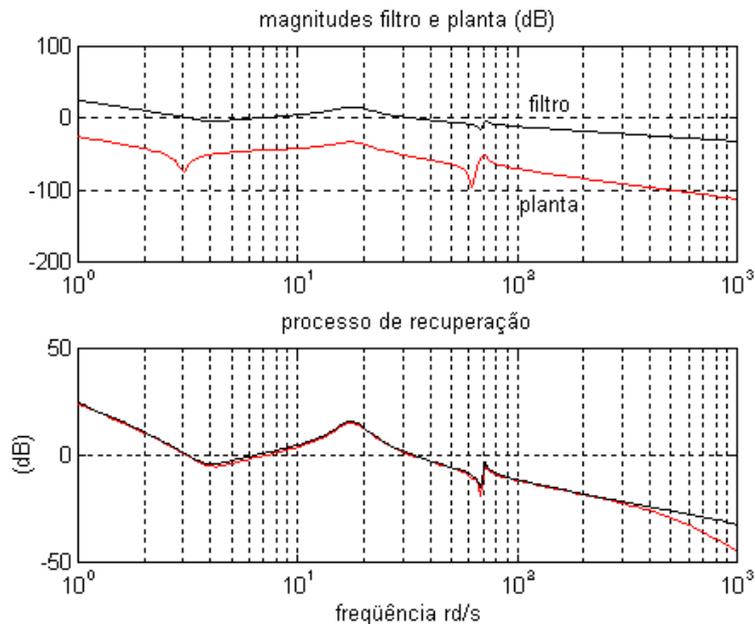


Figura 3. Respostas em frequência relativas ao projeto LQG/LTR

Investigou-se então a possibilidade de se projetar uma lei de controle com base em uma estratégia de alocação de pólos, tanto do controlador quanto do filtro, que se caracterizasse como possuidora de boa robustez à estabilidade e ao desempenho. Esta técnica de alocação de pólos encontra-se descrita em maiores detalhes em (Franklin *et al.*, 1995), existindo ainda uma aplicação para uma estrutura flexível em (Trindade *et al.*, 1992). Resumidamente, o controle é dado pela expressão:

$$T_m = -K_r \hat{X} \quad (5)$$

onde  $\hat{X}$  corresponde ao estado estimado a partir da equação:

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + BT_m + K_f (Y - C\hat{X}) \quad (6)$$

Assumindo-se que  $s_1, s_2, \dots, s_6$  são os pólos do regulador (raízes de  $[A - BK_r]$ ) e  $\alpha_c(s) = (s - s_1)(s - s_2) \dots (s - s_6)$  o respectivo polinômio característico, o vetor de ganhos do regulador pode ser obtido a partir da expressão:

$$K_r = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] M_c^{-1} \alpha_c(A) \quad (7)$$

onde  $M_c = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]$  corresponde à matriz de controlabilidade ( $M_c$  deve ser inversível). Processo semelhante pode ser utilizado para a obtenção dos ganhos do estimador. Assumindo-se que  $\alpha_e(s) = (s - \beta_1)(s - \beta_2) \dots (s - \beta_6)$  é polinômio característico de  $[A - K_f C]$ , os ganhos do estimador são obtidos a partir da seguinte expressão:

$$K_f = \alpha_e(A) \vartheta^{-1} [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T \quad (8)$$

onde  $\vartheta = [C \ CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{n-1}]$  corresponde à matriz de observabilidade (também deve ser inversível).

Inicialmente, estipulou-se os pólos do regulador e adotou-se o dobro destes últimos como pólos do filtro, sem qualquer cuidado com a robustez à estabilidade. A curva resposta em frequência da malha direta  $|GK|$  começa a decair em aproximadamente  $300 \text{ rd/s}$  (Fig. 4). Os resultados considerando-se o modelo nominal são excelentes em termos de desempenho, mas variações de apenas -10% no módulo de elasticidade estrutural já criaram instabilidade, conforme pode ser verificado na Fig. 5. Observar que o torque motor chegou a níveis muito elevados, ultrapassando em muito o limite admissível para o atuador, que para uma estrutura do porte da considerada neste trabalho se situaria em torno de  $35 \text{ Nm}$ .

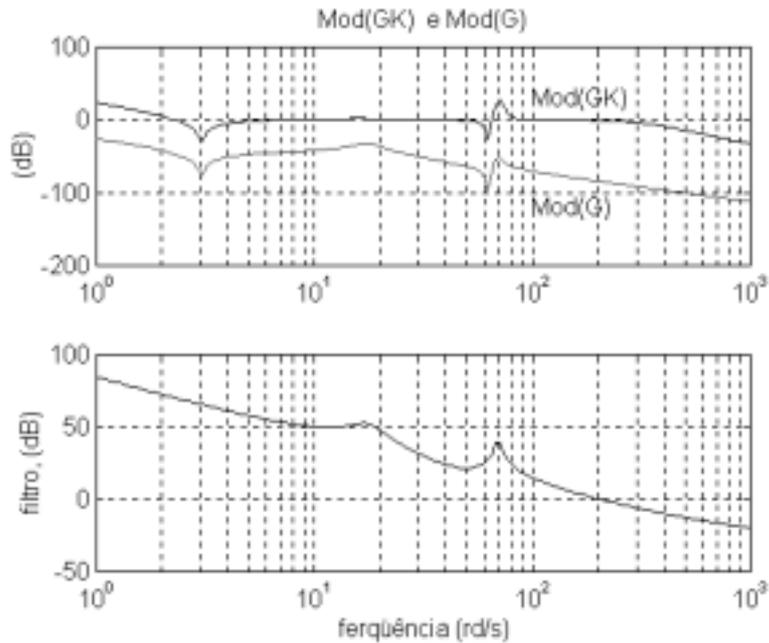


Figura 4. Primeiro projeto por alocação de pólos.

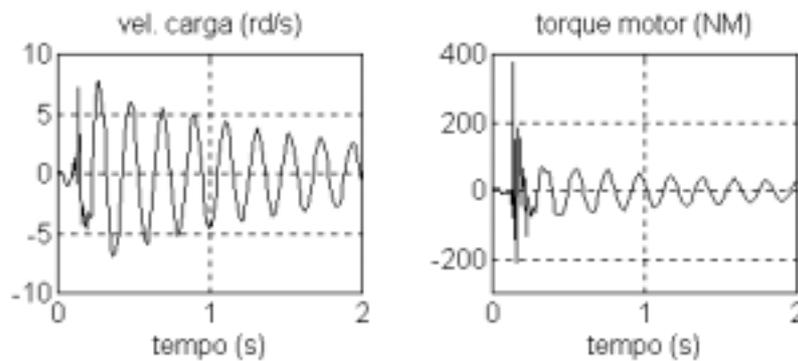


Figura 5. Simulação com variação de -10% no módulo de elasticidade da estrutura.

Um segundo projeto por alocação de pólos foi elaborado objetivando fazer com que houvesse um decaimento do  $|GK|$  muito antes do anteriormente obtido, numa tentativa de obedecer à barreira de robustez à estabilidade. A Fig. 6 mostra a resposta em frequência, na qual pode-se constatar que o decaimento começou em aproximadamente  $30 \text{ rd/s}$ , acentuando-se definitivamente em aproximadamente  $100 \text{ rd/s}$ .

A principal finalidade do projeto do filtro não é mais a de estimar o estado com muita rapidez, mas a de propiciar boa robustez ao compensador como um todo. A tabela seguinte mostra os pólos da planta, do filtro e do regulador. Pode-se observar que houve no projeto uma preocupação específica com a baixa frequência, fato que propicia que se obtenha respostas como a mostrada na Fig. 6.

Tabela 1. Pólos da planta  $[\lambda_i(G)]$ , do regulador  $[\lambda_i(A - BK_r)]$  e do filtro  $[\lambda_i(A - K_f C)]$ .

Sistema	Pólos
Planta	$-0,9063 \pm 69,5706i$ ; $-2,3508 \pm 17,4733i$ ; $0,0000$ ; $-0,1426$
Regulador	$-5,0000 \pm 97,0000i$ ; $-3,0000 \pm 24,0000i$ ; $-2,0000 \pm 0,3500i$
Filtro	$-3,6252 \pm 69,5706i$ ; $-9,4032 \pm 17,4733i$ ; $-4,0000 \pm 0,3500i$

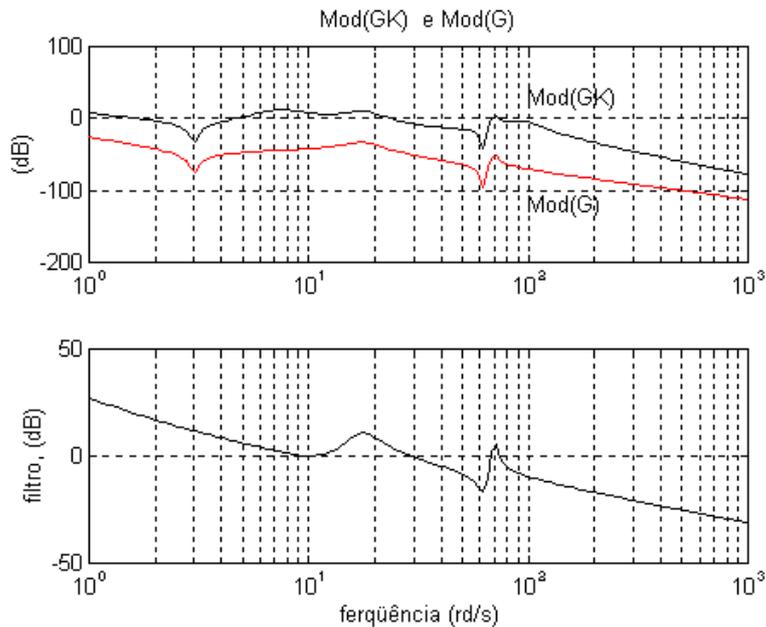


Figura 6. Projeto por alocação de pólos com características de robustez.

#### 4. SIMULAÇÕES E ANÁLISE DE RESULTADOS

As simulações mostradas a seguir foram feitas com a mesma ativação em malha aberta seguida da aplicação do controle vista na Fig. 5. A única diferença agora é que a partir desta ativação aplicou-se a lei de controle cujos pólos do regulador e filtro estão na Tabela 1.

A primeira simulação, vista na Fig. 7, mostra os resultados obtidos considerando-se que a planta real (modelo da planta que é simulado) é igual à nominal (modelo matemático que serviu de base para a lei de controle). Percebe-se que as vibrações da carga foram atenuadas em aproximadamente  $1\text{ s}$ . O torque motor (controle) se estabiliza em um nível abaixo de zero para compensar os torques oriundos do contato com o fluido.

A segunda simulação (Fig. 8) foi realizada sob as mesmas condições da anterior, exceto para o fato de que considerou-se uma variação de  $-55\%$  no parâmetro massa específica entre o modelo real (simulado) e o nominal. Pode-se perceber que já houve dificuldade para se manter o mesmo desempenho da figura anterior, mas a estabilidade foi mantida.

Na terceira e última simulação (Fig. 9) a variação foi de  $-80\%$  no parâmetro módulo de elasticidade. A estabilidade também foi mantida apesar de ter havido perdas em termos de desempenho.

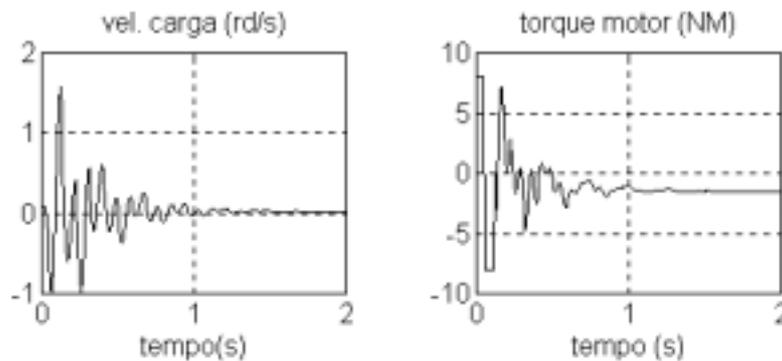


Figura 7. Simulação com a planta nominal, com ativação em malha aberta seguida do controle.

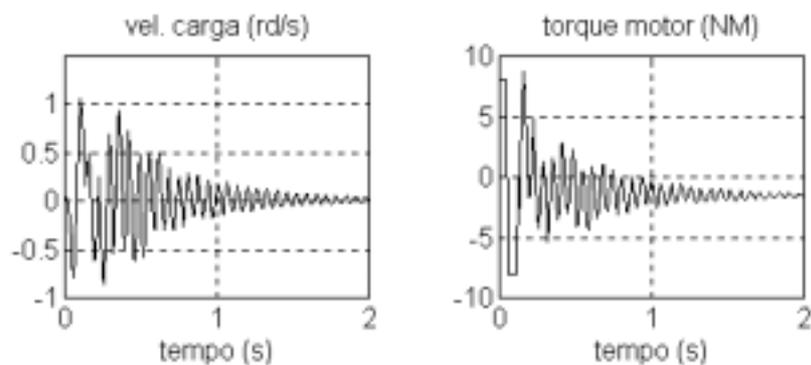


Figura 8. Simulação com variação de -55% na massa específica da estrutura.

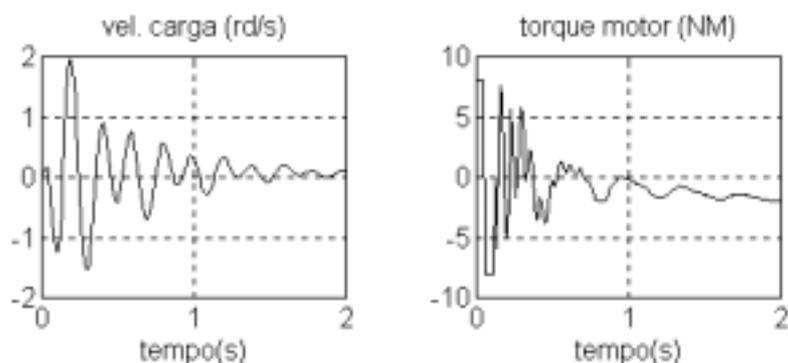


Figura 9. Simulação com variação de -80% no módulo de elasticidade da estrutura.

## 5. CONCLUSÕES

Investigou-se no presente trabalho, diferentes estratégias de controle para atenuar vibrações em uma estrutura flexível ativada continuamente pelo escoamento de um fluido. Impôs-se ao problema a restrição importante de que apenas a posição angular do rotor era observada. Pode-se extrair as seguintes observações como principais conclusões:

- não se conseguiu bons resultados em termos de desempenho com a técnica de controle robusto LQG/LTR, conclusão evidentemente válida apenas para esta aplicação;
- utilizando-se alocação de pólos para o regulador e para o filtro e ainda, respeitando-se barreiras de robustez ao desempenho e à estabilidade, é possível a obtenção de bons resultados;
- o aspecto robustez a estabilidade é fundamental em sistemas flexíveis sujeitos a perturbações.

Indicações de trabalhos futuros seriam a investigação de outras técnicas de controle robusto aplicadas ao mesmo problema e ainda, a investigação sobre o efeito de não linearidades dos atuadores como possíveis diminuidoras de desempenho. Além disso, uma análise mais detalhada da perturbação causada pelo fluido pode ser obtida via solução das equações diferenciais governantes do escoamento.

## REFERÊNCIAS

Boyer, F., Glandais, N. and Khalil, W., 1998, Consistent first and second Order Dynamic Model of Flexible Manipulators, IEEE Robotics and Automation Conference, May, Leuven, Belgium.

- Cannon, R. H. Jr. and Schmitz, E., 1984, Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot, The International of Robotics Research, Stanford, California.
- Chrétien, J. P. et Alazard, D., 1991, Modélisation des chaînes polyarticulées flexibles: comparaison de trois techniques de mise en équation. Rapport D.R.E.T./D.E.R.A. n.-2/7735, CERT, Toulouse.
- Cruz, J. J., 1996, Controle Linear Robusto Multivariável, EDUSP.
- Franklin, G. F., Powell, J. D., 1995, Feedback Control of Dynamic Systems, Addison-Wesley Publishing Company.
- Furusho, J., Zhang, G. and Sakaguchi, M., 1997, Vibration Suppression Control of Robot Arms Using a Homogeneous-Type Electrorheological Fluid, IEEE Robotics and Automation Conference, April, Albuquerque, New México.
- Gomes, S. C. P. and Chrétien, J. P., 1992, Dynamic modeling and friction compensated control of a 1 d.o.f. rigid or flexible manipulator. In proceedings of Microdynamic et Pointage de Grande Précision, CNES, 1er Symposium International, November, Nice, France.
- Hughes, W. F., Brighton, J., 1979, Dinâmica de Fluidos, McGraw-Hill do Brasil, Coleção Shaum.
- Kim, J-S, Suzuki, K., Yamano, M. and Uchiyama, M., 1997, Vibration Suppression Control of Constrained Spatial Flexible Manipulators, IEEE Robotics and Automation Conference, April, Albuquerque, New México.
- Kojima, H., 1990, Dynamic Finite Element Analysis of the Position Control System of a Two-Link Horizontal Flexible Robot, Journal of Robotics & Mechatronics, Tenjin-cho, Japan.
- Schlichting, H., 1960, Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, New York.
- Schmitz, E., 1990, Experiments on the End-Point Control of a very Flexible One-link Manipulator, Ph.D. Thesis, Stanford, California, Unite States.
- Soares, A. M. S., 1997, Modelagem e identificação experimental de estruturas flexíveis. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, Brasil.
- Vincent, S., 1996, Complémentarité d'actionneurs pour la commande active des structures flexibles. Study of actuators harmony for active control of flexible structures. Thèse de Doctorat ENSAE, Spécialité Automatique, CERT, Toulouse., France.
- Xie, H-P, Kalaycioglu, S. and Patel R. V., 1997, Control Shuttle Remote Manipulator Systems, IEEE Robotics and Automation Conference, April, Albuquerque, New México.
- Watanabe, K., Suzuki, H., Tao, Q. and Yoshida, K., 1998, Basic Research on Underwater Docking of Flexible Structures, IEEE Robotics and Automation Conference, May, Leuven, Belgium.

## **CONTROL OF FLEXIBLE STRUCTURE ATIVIED BY FLUIDS FLOW.**

**Keywords:** Modeling, Manipulator, Flexible, Control, Robustness.

**Abstract.** This work contains a study about the active control of a flexible structure subject to external disturbance, coming from the flow of a fluid in contact with the structure. Practical problems of this sort may happen for example in underwater robotics. As generally there are technical difficulties to implement in a physical plant many sensors, we considered that only one state variable is observed. This fact imposes extra difficulties to the controllers project that ideally should have the return of the full state for the case of flexible structures. First we tried to solve the problem with the LQG/LTR technique but the results of the performance for this application were not satisfactory enough. Then we developed controllers based on the poles placement technique both for the regulator and filter. We tried to impose robustness requeriments to stability at high frequencies and performance at low frequencies of the direct loop transfer

function. Simulations were accomplished considering both flow disturbance and parametric variation of the plant related to the nominal model. The results showed that a simple technique projected with strength features was able to solve the problem satisfactorily.